IUT Perpignan	ELECTRICITE - ELECb	TD N°6

Puissance dissipée dans les dipôles passifs	J. BRESSON

1) DEFINITION

Puissance instantanée : $p(t)=u(t).i(t)$ et puissance moyenne : $P=\frac{1}{T}\int_0^T u(t)i(t)dt$

Dans le cas d'un signal sinusoïdal alimentant une impédance quelconque Z, où $u=U\sin\omega t$ et $i(t)=I.\sin(\omega t-\varphi)$, la puissance moyenne est égale à :

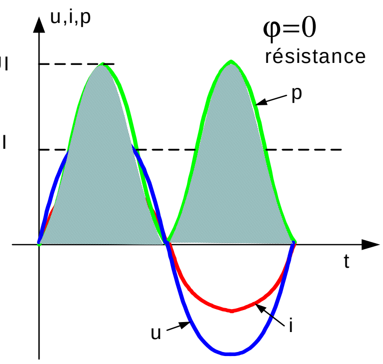
$$P=\frac{1}{T}\int_0^T u(t)i(t)dt=\frac{1}{T}\int_0^T\left[\sqrt{2}U\sin\omega t.\sqrt{2}.I\sin(\omega t-\varphi)\right]dt=\frac{UI}{T}\int_0^T\left[\cos\varphi-\cos(2\omega t-\varphi)\right]dt$$

L'intégrale du 2ème terme étant nulle, il reste : $\boxed{P=U.I.\cos\varphi}$

Cette puissance est appelée **puissance active** ou **puissance réelle, e**t dépend des valeurs efficaces du courant et de la tension et de leur angle de déphasage. $\cos\varphi$ est appelé **facteur de puissance.**

Quant est-il de la puissance instantanée ? $\boxed{p=UI\left[\cos\varphi-\cos(2\omega t-\varphi)\right]}$

- **Charge résistive :**



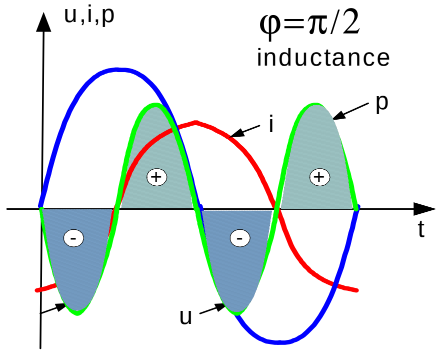
Dans ce cas, $\varphi=0$ et $\cos\varphi=1$ donc : $\boxed{p=U.I.(1-\cos 2\omega t)}$
puissance instantanée qui varie entre 0 et 2UI

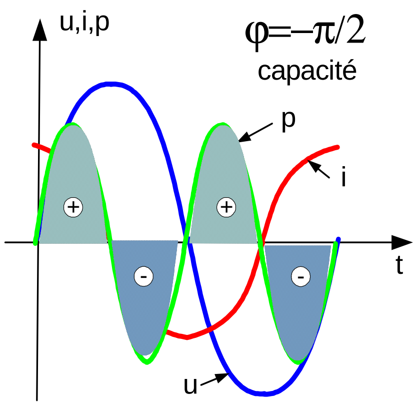
et qui à pour valeur moyenne $\boxed{P=U.I}$

- **Charge inductive :**

Dans ce cas, le courant est en retard de $\varphi=\pi/2$ sur la tension.
La puissance instantanée vaut alors :
$\boxed{p=-U.I.\cos(2\omega t-\pi/2)=-U.I\sin 2\omega t}$

Dont la valeur moyenne est nulle. $\boxed{P=0}$





- **Charge capacitive :**

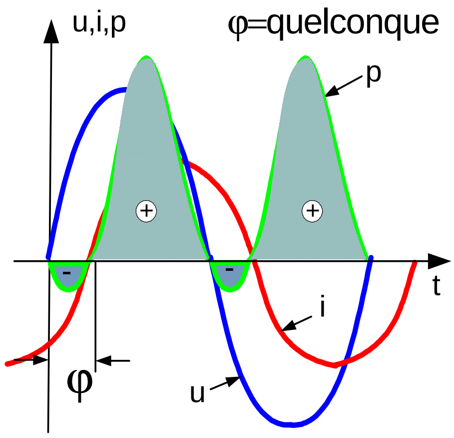
Dans ce cas, le courant est en avance de $\varphi=\pi/2$ sur la tension.
La puissance instantanée vaut alors :
$\boxed{p=-U.I.\cos(2\omega t+\pi/2)=U.I\sin 2\omega t}$

Dont la valeur moyenne est nulle. $\boxed{P=0}$

- **Charge résistive, inductive et capacitive**

Dans un cas plus général d'une impédance ayant un caractère résistif, capacitif et inductif, le courant et la tension sont déphasé d'une certaine quantité φ.

La puissance instantanée vaut : $\boxed{p = UI[\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]}$



On peut noter, qu'au cours d'une période, la puissance prend :
- des **valeurs positives** lorsque l'énergie **est fournie au circuit,**
- et des **valeurs négatives** lorsque l'énergie accumulée dans les champs électrique et magnétique, **revient à la source d'énergie**.

Cette relation peut prendre aussi la forme suivant :

$$\boxed{p = UI\cos\varphi(1-\cos 2\omega t) - UI.\sin\varphi \sin 2\omega t = p_A + p_R}$$

$\boxed{p_A = UI\cos\varphi(1-\cos 2\omega t)}$ est la **puissance active alternative** (varie entre 0 et 2UI) à fréquence double.

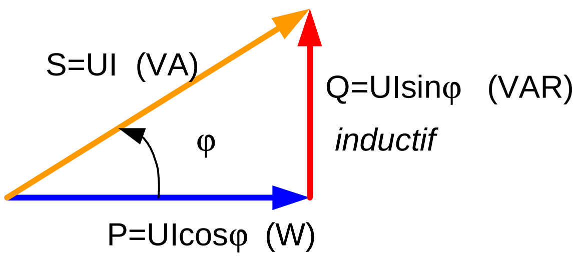
$\boxed{p_R = -UI.\sin\varphi \sin 2\omega t}$ est la **puissance réactive alternative** (varie de $\pm UI.\sin\varphi$) à fréquence double.

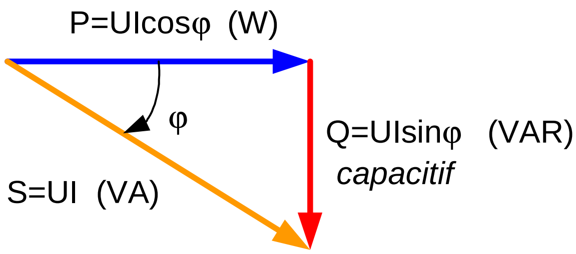
- **En conclusion :**

La valeur moyenne de la puissance $\boxed{P = UI.\cos\varphi}$ est appelée **PUISSANCE ACTIVE** (W) fournie au circuit.
L'amplitude de la puissance alternative réactive, qui revient au réseau : $\boxed{Q = UI.\sin\varphi}$ est appelée **PUISSANCE REACTIVE** (VA ou Var)

$\boxed{S = UI. = \sqrt{P^2 + Q^2}}$ est appelée **PUISSANCE APPARENTE** (VA) et $\boxed{\varphi = \text{arctg}\, Q/P}$

- **Puissance complexe et Triangle des puissances**





Si $\quad U = Ue^{j\omega t}$ et $I = Ie^{j(\omega t+\varphi)}$

Alors, la **puissance complexe** apparente est égale au produit de la tension complexe et du conjugué de l'intensité complexe, soit : $\boxed{S = UI^*}$

$$S = Ue^{j\omega t}.Ie^{-j(\omega t+\varphi)} = UI.e^{-j\varphi} = UI.\cos\varphi - jUI.\sin\varphi = P - jQ$$

<u>On retrouve bien :</u>

Puissance active : $P = UI.\cos\varphi = I^2R = U_R^2/R = \Re(S)$

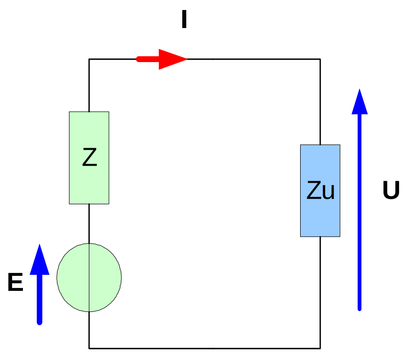
Puissance réactive : $Q = UI.\sin\varphi = I^2X = U_X^2/X = \Im(S)$

Puissance apparente : $S = UI. = I^2Z = U/Z = |S| = \sqrt{P^2+Q^2}$

Facteur de puissance : $\varphi = \text{arctg}\, Q/P = \text{arctg}\, X/R$

2) ADAPTATION D'IMPEDANCE EN PUISSANCE

On cherche les conditions de transmission optimale de la puissance entre un générateur d'impédance Z et une charge d'impédance Z_U.



$$Z = R + jX$$
$$Z_u = R_u + jX_u$$

et d'autre part :

$$U = E\frac{Z_u}{Z_u + Z}$$
$$I = \frac{E}{Z_u + Z}$$

La puissance complexe fournie à la charge :

$$S = U.I^* = E\frac{Z_u}{(Z_u + Z)}.\frac{E^*}{(Z_u + Z)^*} = E^2\frac{Z_u}{(R + R_u)^2 + (X + X_u)^2}$$

La puissance active fournie à la charge :

$$P = E^2\frac{R_u}{(R + R_u)^2 + (X + X_u)^2}$$

qui est maximale quand le dénominateur est minimal,

ce qui arrive lorsque : $X_u = -X$ Ainsi la puissance active s'écrit : $P = E^2\dfrac{R_u}{(R + R_u)^2}$

Qui est maximale lorsque (voir démonstration précédente) : $R_u = R$

En conclusion,

La puissance fournie à la charge est maximale est vaut $\boxed{P_{max} = \dfrac{E^2}{4R_u}}$ lorsque :

$R_u = R$

$X_u = -X$ c'est-à-dire lorsque : $\boxed{Z_u = Z^*}$ *(Zu conjugué de Z)*

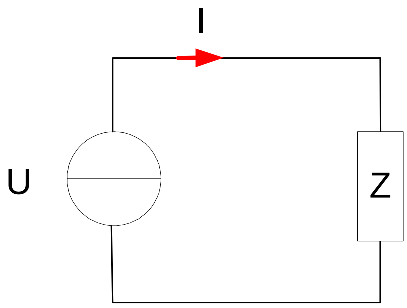
	ELECTRICITE - ELECb	TD N°6

Puissance dissipée dans les dipôles passifs	J. BRESSON

EXERCICES

1. Triangle des puissances.

Déterminer le triangle des puissances pour un circuit d'impédance Z=3+j4Ω, alimenté par une tension sinusoïdale $U = 100e^{j30°}$. On déterminera en premier le courant I=U/Z circulant dans le circuit *(utiliser la représentation complexe sous forme polaire).*



2. Amélioration du Facteur de puissance

Si la puissance P absorbée par un circuit (moteurs électriques, transformateurs,…) est tout à fait déterminée, alors que la tension U aux bornes de ce même circuit est constante, le courant $I = \frac{P}{U\cos\varphi}$ dépend du facteur de puissance ou cosφ. Ainsi, la puissance apparente S est la puissance fournie au système de distribution ((lignes de transmission, transformateurs) alors que la puissance P=Scosφ est la puissance active fournie à la charge .Economiquement, on a tout intérêt à ce que S soit aussi voisine de P que possible, c-à-d à ce que cosφ soit le plus proche de 1 soit un déphasage φ le plus proche de 0.

AN : Soit le triangle de puissance où P=1200W, Q=1600W et S=2000VA, effectué une correction de façon à amener son facteur de puissance à la valeur 0,9.